

1. Израчунати интеграле:

$$\int \frac{(1+3e^{-x})dx}{e^{2x} \cdot (1+e^{-2x})^2}, \int \frac{(5x^3+x)dx}{\sqrt{x^4+3x^2-5}}, \int \frac{dx}{x\sqrt{x^{-2/3}-1} \cdot (2\arcsin\sqrt[3]{x}+5)}, \int \left( \frac{1}{(1-\cos 3x)^2} - \frac{1}{\cos^2 3x} \right) (3x+4)\sin 3x dx.$$

2. Дате интеграле погодном сменом свести на интеграле рационалних функција:

$$\int \frac{\sqrt{2\ln x+3}}{\ln x-1} \cdot x^{-1} \cdot \left( 4 + \sqrt[3]{\frac{2\ln x+3}{\ln x-1}} \right)^{-1} dx, \int 2^x \cdot \sqrt[3]{2^x-3} \cdot 2^{3x} \cdot dx.$$

3. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом око  $Ox$  осе равног лика одређеног кривом  $y = 2 + 5\sin(3x + \pi/4)$ ,  $-\pi/12 \leq x \leq \pi/4$  и  $Ox$  осом.4. Израчунати дужину лука криве  $y = \ln x^2 - x^2/16$ ,  $2 \leq x \leq 3$ .

## Други колоквијум из Математике 2, 18. јун 2016. године

1. Дате су тачке  $A = (0,1,-2)$ ,  $B = (1,2,-3)$  и  $C = (2,5,-4)$ . Одредити једначину равни  $\beta$  која садржи тачке  $ABC$ . 20  
Одредити једначину равни  $\alpha$  која садржи праву  $AB$  и која са равни  $\beta$  заклапа угао од  $60^\circ$ .2. Применом  $B$  и  $\Gamma$  функције израчунати интеграле  $\int_0^\infty (x+5)\sqrt[4]{xe^{-\sqrt{x}}} dx$  и  $\int_0^{\pi/2} \sin^8(x) \cos^8(x) dx$ . 203. Одредити домен и локалне екстремуме функције  $z = \sqrt{1-x^2-y^2}$ . 154. Решити диференцијалне једначине  $y' - \frac{2}{2x+3}y = \frac{-\cos(x)}{\sin^2(x)}y^2$ ,  $y' = \frac{3x+2y+3}{2x+y+1}$ . 20

## Писмени испит из Математике 2

4.2.2015. године

ПЛУЧАР

1. Израчунати интеграле: а)  $\int \frac{5+6\sin x}{\sin x(4+3\cos x)} dx$  б)  $\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+2x}}$  в)  $\int_0^{+\infty} \sqrt[4]{xe^{-\sqrt{x}}} dx$ .2. Одредити домен и екстремне вредности функције  $z(x,y) = x^3 - 2xy + 4y^2 - 2y$ .3. Показати да диференцијална једначина  $\frac{2x}{y^2} dx + \frac{y^2-3x^2}{y^3} dy = 0$  има интеграциони фактор  $\lambda = \lambda(y)$  и на основу тога решити дату диференцијалну једначину.4. Решити диференцијалну једначину  $y = 2xy' + \sqrt{y'^2+1}$ .5. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом криве  $y = e^x \sqrt{\sin(3x)}$  за  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$  око  $x$  осе.6. Дате су праве  $p: \frac{x+7}{-3} = \frac{y+2}{m} = \frac{z-3}{1}$  и  $q: \frac{x-8}{4} = \frac{y-1}{0} = \frac{z}{-1}$ . Одредити вредност параметра  $m \in \mathbb{R}$  за коју се праве  $p$  и  $q$  секу, а затим за ту вредност параметра одредити угао између правих  $p$  и  $q$ , као и једначину равни коју одређују праве  $p$  и  $q$ .

## Писмени испит из Математике 2, 18.2.2016.

ФЕБРУАР

1. Нписати једначину праве  $q$  која садржи тачку  $M = (2,1,2)$ , сеће праву  $p: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{3}$  и паралелна је равни

$$\alpha: x - 2y + z - 3 = 0.$$

2. Одредити домен и екстремне вредности функције  $z = 2x - 2y + \ln(2x - x^2 - y^2)$ .3. Решити диференцијалну једначину  $\frac{(y'+2)(x+2)}{2x+y+1} = 1 + \left( 1 + \ln^2 \left( \frac{2x+y+1}{x+2} \right) \right)^2$ .4. Нeka је  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$ . Одредити површину области  $D$  ограничene са  $y = f(x)$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$ .Одредити запремину тела  $T$  које настаје ротацијом области  $D$  око  $x$ -осе.

## Писмени испит из Математике 2, 24. јун 2016.

ЈУН

1. Израчунати: (а)  $\int \frac{x^2-2x+1}{(x^2-2x+6)^3} dx$ ; (б)  $\int \frac{\sin(x)+\cos(x)}{\sin(x)-\cos(x)+1} dx$ ; (с)  $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x^2+4x+6}}$ 2. Израчунати дужину лука криве  $y = 4\sqrt{x-2}$  за  $3 \leq x \leq 4$ .3. Решити диференцијалне једначине: (а)  $xyy' = y^2 - \frac{xy(x^3+y^3)}{x^3-y^3}$ ; (б)  $(3xy' + 2y)\sqrt{y} = (x + \cos^2(x)) \sin^2(x)$ . 15 154. Одредити домен и локалне екстремуме функције  $z = 2x - 2y + \ln(2x - x^2 - y^2)$ . 155. Нека је  $A = (5,10,15)$ ,  $B = (-5,5,10)$  и нека је  $C$  тачка која дуж  $AB$  дели у односу  $3:2$  ( $AC/CB = 3/2$ ). Одредити једначину равни  $\alpha$  која садржи тачку  $C$  и која је нормална на  $AB$ . 5

1. Израчунати: 1.1  $\int \frac{\arcsin^2(\frac{x}{2})}{x\sqrt{x^2-1}} dx$ ; 1.2  $\int \frac{\sin(x)}{(2\cos(x)+2\sin(x)+3)^2} dx$ ; 1.3  $\int e^x(2e^{2x} + e^{4x})^{-1/4} dx$ .
2. Израчунати површину равног лика одређеног кривом  $y = \arctg(\frac{x}{3})$  и правама  $y = 0$ ,  $x = -\sqrt{3}$  и  $x = \sqrt{3}$ .
3. Израчунати  $\int_1^{\infty} \frac{(\ln(x^2))^{7/2}}{x^3} dx$ .
4. Одредити домен функције  $z = \ln((x+y)(x^2+y^2-4))$ . За  $w = z'_x - z'_y$  израчунати  $w(3,0)$ .
5. Доказати да диференцијална једначина  $(y \ln(y) + \frac{xy(2x+1)}{x^3+1}) dx + x \ln(x) dy = 0$  има интеграциони фактор облика  $z = z(xy)$ , па је на основу тога решити.
6. Решити диференцијалну једначину  $y - x(y' + 1) - y'^3 = 0$ .

## Писмени испит из Математике 2

9.9.2016. године

АВГУСТ

1. Израчунати интеграле: а)  $\int \arccos \sqrt{\frac{x}{x+1}} dx$  б)  $\int \sqrt{3-x^2+2x} dx$  в)  $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^2+x-2}$ .
2. Одредити домен и екстремне вредности функције  $z(x,y) = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 20$ .
3. а) Одредити површину равне фигуре ограничене луком криве  $y = (1-x^2) \ln(1-x)$  и позитивним делом  $x$  осе.
- б) Израчунати запремину тела које настаје ротацијом криве  $y = \frac{1}{3 + \cos x}$  за  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  око  $x$  осе.
4. Решити диференцијалне једначине: а)  $(y' + 2)^3 = \frac{16x + 8y + 7}{2x + y + 1}$ , б)  $y' - \frac{xy}{2(x^2-1)} = \frac{x}{2y}$ .
5. Дате су праве  $p: \begin{cases} x + y - z + 1 = 0 \\ 2x - y - z = 0 \end{cases}$  и  $q: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{k}$ . Одредити вредност параметра  $k \in \mathbb{R}$  за коју се праве  $p$  и  $q$  секу, а затим одредити координате пресечне тачке и једначину равни  $\alpha$  одређене правама  $p$  и  $q$ .

## Писмени испит из Математике 2, 23. септембар 2016.

СЕПТЕМБАР

1. Наћи површину равног лика ограниченог са  $y = 1 - \frac{1}{x+1} + \ln\left(\left(1 + \frac{1}{x}\right)^2\right)$ ,  $y = 0$ ,  $x = 2$  и  $x = 3$ .
2. Одредити локалне екстремуме функције  $z = \frac{x+y-1}{\sqrt{x^2+y^2+1}}$ .
3. Решити диференцијалну једначину  $y' = y \operatorname{tg}(x) + \frac{1}{4 \sin(x) + 4 \sin^2(x) - \sin^2(2x)}$ .
4. Дате су праве  $p: \frac{x}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-2}{1}$  и  $q: \frac{x+2}{2} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+1}{1}$ . На правој  $p$  наћи тачку  $A$  чије је растојање од праве  $q$  једнако  $\sqrt{20}$ .
5. Решити диференцијалну једначину  $(y - 2xy')(y'^2 + 1) = 1$ .