

1. Израчунати:

а) [15 поена] $\int e^{\operatorname{arccctg} x} \frac{3x + 2}{(x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} dx;$

б) [10 поена] $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^8 x \cos^8 x dx;$

в) [10 поена] $\int_0^2 \frac{x dx}{(x^2 + 3x + 2)(x^2 + 3x + 3)}.$

2. [15 поена] Криве $y = x^2$ и $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ ограничавају област D . Одредити површину области D и запремину тела T које настаје ротацијом области D око x -осе.

3. [15 поена] Решити диференцијалну једначину

$$y' = \frac{x + y + 3}{2y - x + 3}.$$

4. [15 поена] Одредити локалне екстремуме функције

$$z = \frac{x^4 - 2x^2}{y^2 + 1}.$$

5. Дате су праве $p: \frac{x - 1}{1} = \frac{y - 1}{2} = \frac{z + 1}{-1}$ и $q: \frac{x - 2}{-1} = \frac{y - 1}{1} = \frac{z}{1}$.

а) [5 поена] Применом мешовитог производа доказати да су дате праве миоилазне.

б) [5 поена] Одредити једначину заједничке нормале n датих правих.

в) [5 поена] Одредити једначину равни α која садржи праве n и p .

г) [5 поена] Одредити једначину равни β која је нормална на раван α и садржи праву n .