

Писмени испит из Математике 2

12.7.2021.

1. [12] Одредити екстремне вредности функције $z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$.

2. [23] Израчунати интеграле:

a) $\int \frac{x - \sqrt{\arctg(2x)}}{1 + 4x^2} dx;$

б) $\int \frac{\tg x}{1 + \cos^2 x} dx;$

в) $\int \frac{x \ln(x + \sqrt{1 + x^2})}{\sqrt{1 + x^2}} dx;$

г) $\int \frac{\sqrt{x+4} + 3}{(x+4)^2 - \sqrt{x+4}} dx.$

3. [20] Раван лик D је ограничен хиперболом $y^2 - x^2 = 1$ и правама $y = \sqrt{2}x, x = 0$, за $y > 0$.

а) Израчунати површину равног лика D .

б) Израчунати запремину тела T које настаје ротацијом равног лика D око x -осе.

4. [10] Израчунати $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^8 x \cos^6 x \, dx$.

5. [25] Решити диференцијалне једначине:

а) $y' + \frac{x-3}{(3x-2)(2x+1)}y = \frac{\sqrt[3]{3x-2}}{\sqrt{2x+1}} \cdot \frac{\cos x}{(\sin^2 x + 6 \sin x + 10)^2};$

б) $\frac{y'}{x} = \frac{1}{\sqrt{y^2 + yx + x^2}} + \frac{y}{x^2}.$

6. [10] Одредити једначину равни која је паралелна са правама

$$p : \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{2}$$

и

$$q : \begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ x + y - z - 3 = 0 \end{cases}$$

и садржи тачку $A(1, -1, 3)$.