

## НЕОДРЕЂЕНИ ИНТЕГРАЛ

**Решавање интеграла свођењем на табличне интеграле**

1.  $\int (e^x + \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{x} + \frac{\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1-x^4}}) dx$
2.  $\int \frac{2x^3 + 3x\sqrt{x} - 6x^7 + 1}{x^2} dx$
3.  $\int \frac{x^4 + 2x^2 + 5}{x^2 + 1} dx = \int (x^2 + 1 + \frac{4}{x^2 + 1}) dx = \dots$
4. (дом.)  $\int \frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1} dx = \int (e^{2x} - e^x + 1) dx = \dots$
5.  $\int \frac{2^{x+1} - 5^{x+1}}{10^x} dx.$
6. a)  $\int e^{3x} dx$       б)  $\int \sin 5x dx$       в)  $\int e^{-4x+7} dx$       г)  $\int \frac{dx}{\cos^2 8x}$
7. a)  $\int \frac{dx}{2x+1}$       б)  $\int \sqrt{3x-4} dx$       в)  $\int (5x+1)^9 dx$
8.  $\int \frac{xdx}{a+bx}$
9.  $\int \frac{ax+b}{\alpha x+\beta} dx = \frac{a}{\alpha} \int \frac{x + \frac{b}{a}}{x + \frac{\beta}{\alpha}} dx = \frac{a}{\alpha} \int \frac{x + \frac{\beta}{\alpha} + \frac{b}{a} - \frac{\beta}{\alpha}}{x + \frac{\beta}{\alpha}} dx = \dots$
10. a)  $\int \frac{2x+3}{2x+1} dx$       б) (дом.)  $\int \frac{1-3x}{3+2x} dx$
11. a)  $\int \frac{x^2+1}{x-1} dx$       б)  $\int \frac{x}{(x+1)^2} dx$
12. a) (дом)  $\int \frac{x^2+5x+7}{x+3} dx$       б) (дом)  $\int \frac{x^4+x^2+1}{x-2} dx$
13. a)  $\int \frac{dx}{a^2+x^2}$       б)  $\int \frac{dx}{3x^2+5}$       в)  $\int \frac{dx}{x^2+x+1}$
14. a) (дом)  $\int \frac{dx}{x^2-x+2}$
15. (дом)  $\int \frac{x^2}{x^2+2} dx$
16.  $\int \frac{x}{x^2+1} dx$
17.  $\int \frac{x^2-5x+6}{x^2+4} dx$
18. a) (дом)  $\int \frac{dx}{2x^2-5x+7}$       б) (дом)  $\int \frac{x+1}{x^2+x+1} dx$
19.  $\int \frac{dx}{x^2+4x+3}$
20.  $\int \frac{dx}{x^2+4x+4}$
21.  $\int \frac{dx}{x^2+4x+5}$

$$22. \text{ (дом)} \int \frac{x^2 + 5x - 3}{(x-2)^2} dx$$

$$23. \text{ (дом)} \int \frac{2x+5}{x^2+2x+10} dx$$

$$24. \text{ (дом)} \int \frac{dx}{(ax+b)(cx+d)}$$

$$25. \int \frac{x^3}{a^2-x^2} dx$$

$$26. \text{ а) (дом)} \int \frac{x^3-1}{x+1} dx \quad \text{б) (дом)} \int \frac{x^2+3}{x^2-1}$$

$$27. \text{ а) } \int \frac{b dy}{\sqrt{1-y}} \quad \text{б) } \int \sqrt{a-bx} dx \quad \text{в) } \int \frac{dx}{\sqrt{1+2x}} \quad \text{г) } \int \frac{xdx}{\sqrt{x+3}} \quad \text{д) } \int \frac{x^2+4}{\sqrt{5-x}} dx$$

$$28. \text{ а) } \int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} \quad \text{б) } \int \frac{dx}{\sqrt{2+3x-2x^2}} \quad \text{в) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-2x-3}}$$

$$29. \int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx$$

$$30. \int \frac{\sqrt{x}+\ln x}{x} dx$$

$$31. \text{ а) } \int \frac{x^3}{x^8-2} dx = \frac{1}{4} \int \frac{d(x^4)}{(x^4)^2-2} = \dots$$

$$32. \text{ (дом)} \int \frac{x^2}{1+x^6} dx$$

$$33. \int \frac{x-\sqrt{\arctan 2x}}{1+4x^2} dx$$

$$34. \int \frac{dx}{\sqrt{(1+x^2)\ln(x+\sqrt{1+x^2})}} = \int \frac{d(\ln(x+\sqrt{1+x^2}))}{\sqrt{\ln(x+\sqrt{1+x^2})}} = \dots$$

$$35. \text{ а) (дом)} \int \sqrt{\frac{\arcsin x}{1-x^2}} dx \quad \text{б) (дом)} \int \frac{\arcsin x+x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$36. \text{ (дом)} \int \frac{\arctan \frac{x}{2}}{4+x^2} dx$$

$$37. \text{ (дом)} \int \sqrt{\frac{\ln(x+\sqrt{x^2+1})}{1+x^2}} dx$$

$$38. \text{ а) (дом)} \int \frac{dx}{x \ln^2 x} \quad \text{б) (дом)} \int \frac{\ln x dx}{x} \quad \text{в) (дом)} \int \frac{dx}{x \ln x}$$

$$39. \int \frac{e^{\arctan x} + x \ln(1+x^2) + 1}{1+x^2} dx$$

$$40. \text{ а) } \int \sin(ax+b) dx \quad \text{б) (дом)} \int x \sin(1-x^2) dx$$

$$41. \int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = \int \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} = \dots$$

$$42. \int \operatorname{tg}^2 x dx$$

$$43. \text{ а) } \int \sin^2 x \cos^5 x dx \quad \text{б) } \int \sin^3 x dx \quad \text{в) } \int \sin^5 x \cos^3 x dx$$

$$44. \int \sin 3x \cos 4x dx$$

$$45. \int \cos x \cos 5x dx$$

$$46. \text{a) } \int \operatorname{tg} x dx \quad \text{б) } \int \frac{dx}{\sin x}$$

$$47. \int \cos^2 x dx = \int \frac{\cos 2x + 1}{2} dx = \dots$$

$$48. \int \sin^4 x dx = \int \left(\frac{1 - \cos 2x}{2}\right)^2 dx$$

$$49. \text{a) } \int \sin^2 x \cos^4 x dx \quad \text{б) } \int \cos^6 x dx$$

$$50. \text{a) } \int \frac{dx}{1 + \operatorname{tg} x} \quad \text{б) } \int \frac{2^{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx$$

$$51. \int \frac{dx}{1 + \sin x} = \int \frac{dx}{\sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} + 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} = \int \frac{dx}{(\tan \frac{x}{2} + 1)^2 \cos^2 \frac{x}{2}}$$

$$52. \text{a) } \int e^x e^{e^x} dx$$

$$53. \int \sin x \cos(\cos x) dx$$

$$54. \text{a) } \int \frac{\sin x \cos x}{\sqrt{2 - \sin^4 x}} dx \quad \text{б) } \int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$$

$$55. (\text{дом}) \int \frac{dx}{\cos x}$$

$$56. \text{a) } \int \frac{e^x}{\sqrt{1 + e^{2x}}} dx \quad \text{б) } \int \frac{e^{2x}}{\sqrt{1 + e^{2x}}} dx \quad \text{в) } \int \frac{dx}{\sqrt{1 + e^{2x}}} = \int \frac{e^{-x} dx}{\sqrt{1 + (e^{-x})^2}} = \dots$$

$$57. \int \frac{dx}{1 + e^x} \quad \text{б) } \int \frac{e^{2x}}{1 + e^x} dx \quad \text{в) } \int \frac{(1 + e^x)^2}{1 + e^{2x}} dx$$

$$58. \int \frac{e^x \sqrt{e^x - 1}}{e^x + 3} dx$$

$$59. \int \frac{dx}{2^x + 3} = \frac{1}{3} \int \frac{3 + 2^x - 2^x}{2^x + 3} dx = \frac{1}{3} \int \left(1 - \frac{d(2^x + 3)}{2^x + 3} \frac{1}{\ln 2}\right) = \dots$$

$$60. \text{a) } \int \frac{dx}{sh x} \quad \text{б) } \int \frac{dx}{ch x}$$

## Парцијална интеграција

$$\int u dv = uv - \int v du$$

1. а)  $\int \ln x dx$       б)  $\int \arcsin x dx$       в)  $\int (2x+3)e^{-5x} dx$       г)  $\int (2x-5) \cos 2x dx$
2. а)  $\int (5x^4 - 1) \arctan x dx$       б) (дом)  $\int x \arctan x dx$
3. а)  $\int x \tan^2 2x dx$       б) (дом)  $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$
4. а)  $\int x \sin x \cos x dx$       б) (дом)  $\int \frac{x \cos x}{1 + \cos x} dx$
5.  $\int x \ln \frac{1+x}{1-x} dx$
6. а) (дом)  $\int \frac{\ln x}{x^3} dx$       б) (дом)  $\int \frac{x \ln(x + \sqrt{1+x^2})}{\sqrt{1+x^2}} dx$       в)  $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$       г)  $\int \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx$
7. а) (дом)  $\int \frac{\arcsin e^x}{e^x} dx$       б)  $\int \arcsin \sqrt{x} dx$
8. а)  $\int \arcsin^2 x dx$       б)  $\int \frac{\arcsin x}{x^2} dx$       в) (дом)  $\int x^2 \arcsin(x^3 - 7) dx$
9. а)  $\int \sqrt{x^2 + a^2} dx$       б)  $\int \frac{x^2}{\sqrt{9-x^2}} dx$
10.  $I_1 = \int \cos(\ln x) dx, \quad I_2 = \int \sin(\ln x) dx$
11. а) (дом)  $\int \frac{\ln(\sin x)}{\cos^2 x} dx$       б) (дом)  $\cos^2(\ln x) dx$
12.  $I_1 = \int e^{ax} \cos(bx) dx, \quad I_2 = \int e^{ax} \sin(bx) dx$
13. (дом)  $\int \sin^2 3x e^{-2x} dx$
14.  $I_n = \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^n}, \quad n \in N.$  Наћи везу између  $I_n$  и  $I_{n-1}$  па израчунати  $I_2, I_3.$
15. а) (дом)  $\int (x^2 + 5x + 6) \cos 2x dx$       б) (дом)  $\int (x^2 + 4)e^{-x} dx$       в)  $\int e^{\sqrt{x}} dx$
16. а)  $\int \frac{e^x(x-1)}{x^2} dx$       б)  $\int \frac{e^x(2x-3)}{(2x+1)^3} dx$
17. (дом)  $\int \frac{xe^x}{\sqrt{(2x+1)^3}} dx$
18. а) (дом)  $\int 3^x x \cos(3^x) dx$       б) (дом)  $\int x \sin \sqrt{x} dx$       в) (дом)  $\int \frac{e^{tg x} \sin x}{\cos^3 x} dx$
19. а)  $\int \sqrt{e^x + 1} dx$       б)  $\int \frac{x \operatorname{arctg} x}{\sqrt{1+x^2}} dx$

## Интеграли рационалних функција

1.  $\int \frac{x^3 + 1}{x^3 - 5x^2 + 6x} dx = \int \left(1 + \frac{5x^2 - 6x + 1}{x(x-2)(x-3)}\right) dx = x + \int \left(\frac{\frac{1}{6}}{x} + \frac{-\frac{9}{2}}{x-2} + \frac{\frac{17}{3}}{x-3}\right) dx$
2.  $\int \frac{dx}{x^3 + 1} = \frac{1}{3} \int \frac{dx}{x+1} + \frac{1}{3} \int \frac{x-2}{x^2-x+1} dx$
3.  $\int \frac{2x \, dx}{x^3 - 4x^2 + 5x - 2} = \frac{1}{3} \int \frac{dx}{x-1} - \frac{1}{3} \int \frac{dx}{x-2} + \frac{4}{3} \int \frac{dx}{(x-2)^2}$
4.  $\int \frac{dx}{x^3 + x^2 + x + 1} = \frac{1}{2} \left( \int \frac{dx}{x+1} - \int \frac{x-1}{x^2+1} dx \right)$
5.  $\int \frac{dx}{x^4 - 1} = \frac{1}{4} \int \frac{dx}{x-1} - \frac{1}{4} \int \frac{dx}{x+1} - \frac{1}{2} \int \frac{dx}{x^2+1}$
6.  $\int \frac{dx}{x^4 + 1} = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \int \frac{x-\sqrt{2}}{x^2-x\sqrt{2}+1} dx + \frac{1}{2\sqrt{2}} \int \frac{x+\sqrt{2}}{x^2+x\sqrt{2}+1} dx$
7.  $\int \frac{x^4 + 1}{x^6 + 1} = \int \frac{x^4 - x^2 + 1 + x^2}{(x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1)} dx = \int \frac{dx}{x^2 + 1} + \int \frac{x^2 dx}{x^6 + 1}$
8.  $\int \frac{xdx}{x^3 - 3x + 2} = \frac{2}{9} \int \frac{dx}{x-1} + \frac{1}{3} \int \frac{dx}{(x-1)^2} - \frac{2}{9} \int \frac{dx}{x+2}$
9. (дом) а)  $\int \frac{x^4 + x^3 - x^2 + 1}{x^3 + x^2 - 2x} dx$       б) (дом)  $\int \frac{6x^2 + 11x - 15}{x^3 + 4x^2 - 15x - 18} dx$
10. а) (дом)  $\int \frac{x^2 + 2}{(x+1)^3(x-2)} dx$       б) (дом)  $\int \frac{dx}{(x^2 + 4)(x-1)^2}$
11. а) (дом)  $\int \frac{x^2}{x^4 - 16} dx$       б)  $\int \frac{dx}{x^2(x^2 + 1)^2}$
12. а) (дом)  $\int \frac{x+2}{(x^2 + 4)^2} dx$       б) (дом)  $\int \frac{2x+3}{x(x^2 + x + 1)} dx$
13. (дом)  $\int \frac{x^3 + 1}{(x^2 - 4x + 5)^2} dx$
14. а) (дом)  $\int \frac{dx}{x^4 + x^2 + 1}$       б) (дом)  $\int \frac{5x^3 + 2}{x^3 - 5x^2 + 4x} dx$

## Интеграли ирационалних функција

### 1. Метод Остроградског

Интеграли облика  $\int \frac{P_n(x)}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx$  где је  $P_n(x)$  полином степена  $n > 1$  решавају се на следећи начин:

$$\int \frac{P_n(x)}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx = \widetilde{P_{n-1}(x)} \sqrt{ax^2 + bx + c} + \lambda \int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}},$$

где се непознати коефицијенти полинома  $\widetilde{P_{n-1}(x)}$  степена  $n - 1$  и непозната константа  $\lambda$  одређују диференцирањем претходне једнакости и изједначавањем одговарајућих коефицијената полинома.

1.  $\int \frac{dx}{\sqrt{2+3x-2x^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \int \frac{dx}{\sqrt{\frac{25}{16} - (x - \frac{3}{4})^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \arcsin \frac{4x-3}{5} + c,$
2.  $\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2-x-2}} = \sqrt{x^2-x-2} + \frac{1}{2} \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-x-2}} = ..$
3.  $\int \frac{x^2+4x}{\sqrt{2+3x-2x^2}} dx = (-\frac{1}{4}x - \frac{41}{16})\sqrt{2+3x-2x^2} + \frac{139}{32} \int \frac{dx}{\sqrt{2+3x-2x^2}} \sqrt{2+3x-2x^2} = ..$
4.  $\int \frac{x^2+5x+6}{\sqrt{x^2+2x-3}} dx = (\frac{1}{2}x + \frac{7}{2})\sqrt{x^2+2x-3} + 4 \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x-3}} = ...$
5.  $\int \frac{3x^3+5}{\sqrt{x^2+4}} dx = (x^2-8)\sqrt{x^2+4} + 5 \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+4}} = ...$
6. (дом) а)  $\int \frac{x+3}{\sqrt{x^2+2x+2}} dx$ , б)  $\int \frac{3x-2}{\sqrt{-x^2+4x+5}} dx$ , в)  $\int \frac{2x^2+3x}{\sqrt{x^2+6x+7}} dx$
7. а) (дом)  $\int \frac{(x+1)dx}{\sqrt{2x^2+x-1}}$  б) (дом)  $\int \frac{3x-1}{\sqrt{5+2x-2x^2}} dx$
8. (дом)  $\int \sqrt{1+x+x^2} dx = \int \frac{1+x+x^2}{\sqrt{1+x+x^2}} dx = ...$  б) (дом)  $\int \sqrt{x^2-6x-7} dx$

### 2. Тригонометријске смене

Интеграли ирационалних функција, у специјалним облицима, се сменом могу свести на интеграле тригонометријских функција и то:

1. за интеграле облика  $\int f(\sqrt{a^2 - x^2}) dx$  користи се смена је  $x = a \sin t$ ,
2. за интеграле облика  $\int f(\sqrt{x^2 - a^2}) dx$  смена  $x = \frac{a}{\sin t}$  и
3. за интеграле облика  $\int f(\sqrt{x^2 + a^2}) dx$  смена  $x = a \operatorname{tgt} t$ .

1. а)  $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{2-x^2}}$  б)  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^2}}$  в)  $\int \frac{x^5 dx}{\sqrt{1-x^2}}$
2. а)  $\int \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} dx$  б)  $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$  в)  $\int \frac{dx}{(1+x^2)^{\frac{5}{2}}}$  г)  $\int \frac{x^6 dx}{\sqrt{1+x^2}}$
3. а) (дом)  $\int \sqrt{4-9x^2} dx$  б) (дом)  $\int x^2 \sqrt{1+x^2} dx$

**3. Интеграли облика**  $\int R(x, (\frac{ax+b}{cx+d})^{\frac{1}{n_1}}, \dots, (\frac{ax+b}{cx+d})^{\frac{1}{n_k}}) dx$

Смена:  $\frac{ax+b}{cx+d} = t^N, \quad N = NZS(n_1, \dots, n_k)$

1.  $\int \frac{x\sqrt[3]{x+2}}{x+\sqrt[3]{x+2}} dx = 3 \int (t^3 - t + \frac{-\frac{1}{4}}{t-1} + \frac{\frac{5}{4}t - \frac{1}{2}}{t^2+t+2}) dt = \dots$  смена:  $t = \sqrt[3]{x+2}$

2.  $\int \frac{dx}{x(1+2\sqrt{x}+\sqrt[3]{x})} = \int \left( \frac{1}{t} - \frac{1}{2} \frac{1}{t+1} - \frac{1}{2} \frac{2t-1}{2t^2-t+1} \right) dt = \dots$  смена:  $t = \sqrt[6]{x}$

3.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt[3]{x+1}}$

4. a)  $\int \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}} dx \quad 6) \int \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \frac{dx}{(x^2-1)(x+1)}$

5. a)  $\int \frac{\sqrt{x+1}+2}{(x+1)^2-\sqrt{x+1}} dx \quad 6) \int \frac{dx}{\sqrt[4]{x+1} + \sqrt[3]{x+1}}$

6.  $\int \sqrt[3]{\frac{x-1}{x+2}} (x-1) dx$

7. a)  $\int \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}} \quad 6) \int \frac{x^3}{\sqrt{x+2}} dx \quad b) \int \frac{x+3}{x^2\sqrt{2x+3}} dx$

**4. Интеграли облика**  $\int R(x, \sqrt{ax^2+bx+c}) dx$

Решавају се неком од Ојлерових смена:

1.  $a > 0, \quad \sqrt{ax^2+bx+c} = t \pm \sqrt{ax}$

2.  $D > 0, \quad \sqrt{ax^2+bx+c} = t(x-x_1), \quad$  где је  $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

3.  $c > 0, \quad \sqrt{ax^2+bx+c} = tx \pm \sqrt{c}$

1.  $\int \frac{dx}{x+\sqrt{x^2+x+1}} = 2 \left( \int \frac{dt}{t} + \int \frac{-\frac{3}{2}}{1+2t} + \int \frac{-\frac{3}{2}}{(1+2t)^2} \right) dt = \dots$  смена:  $\sqrt{x^2+x+1} = t-x$

2.  $\int \frac{x-\sqrt{x^2+3x+2}}{x+\sqrt{x^2+3x+2}} dx = 2 \int \left( \frac{-\frac{4}{15}}{2t-1} + \frac{-\frac{23}{30}}{t+1} + \frac{\frac{2}{5}}{(t+1)^2} + \frac{\frac{1}{10}}{1-t} \right) = \dots$

смена:  $\sqrt{x^2+3x+2} = t(x+2)$

3.  $\int \frac{dx}{1+\sqrt{1-2x-x^2}} = \int \left( \frac{-1}{t} + \frac{1}{t-1} + \frac{-2}{1+t^2} \right) dt = \dots$  смена:  $1+\sqrt{1-2x-x^2} = tx$

4.  $\int \frac{dx}{x^5\sqrt{x^2-1}}$

5.  $\int \frac{x^2+x+1}{x\sqrt{x^2-x+1}} dx$

6.  $\int \frac{dx}{x^2(x+\sqrt{1+x^2})} \quad$  смена:  $x+\sqrt{x^2+1} = t$

$$5. \text{ Интеграли биномног диференцијала} \int x^m(a+bx^n)^p dx, \quad a,b \in R, m,n,p \in Q$$

1. ако је  $p \in Z$  смена је  $\sqrt[N]{x} = t$ , N=NZS(imenilac brojeva m i n)
2. ако је  $\frac{m+1}{n} \in Z$  смена је  $\sqrt[N]{a+bx^n} = t$ , N je imenilac broja p
3. ако је  $\frac{m+1}{n} + p \in Z$  смена је  $\sqrt[N]{\frac{a}{x^n+b}} = t$ , N je imenilac broja p

$$1. \int \frac{\sqrt{x}dx}{(1+\sqrt[3]{x})^2} \quad \text{смена: } x = t^6$$

$$2. \int \frac{x dx}{\sqrt{1+\sqrt[3]{x^2}}} \quad \text{смена: } \sqrt{1+x^{\frac{2}{3}}} = t$$

$$3. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt[3]{(1+x^3)^5}} \quad \text{смена: } \sqrt[3]{\frac{1}{x^3}+1} = t$$

$$4. \int \frac{dx}{(1+x^2)^5} \quad \text{смена: } \sqrt{\frac{1}{x^2}+1} = t \text{ или } x = tgt$$

$$5. \text{ (дом) } \int \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}$$

$$6. \text{ (дом) } \int \frac{dx}{x \sqrt[3]{1+x^5}}$$

$$7. \text{ (дом) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^3} \sqrt[3]{1+\sqrt[4]{x^3}}}$$

## Интеграли тригонометријских функција $\int R(\sin x, \cos x) dx$

Уопштена тригонометријска смена:  $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$

$$\sin x = \frac{2t}{1+t^2}, \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, dx = \frac{2dt}{1+t^2}$$

Специјално:

- $R(-\sin x, \cos x) = -R(\sin x, \cos x)$  смена:  $t = \cos x$
- $R(\sin x, -\cos x) = -R(\sin x, \cos x)$  смена:  $t = \sin x$
- $R(-\sin x, -\cos x) = -R(\sin x, \cos x)$  смена:  $t = \operatorname{tg} x$

Решити интеграле:

$$1. \int \frac{dx}{2 \sin x - \cos x + 5} \quad \text{смена: } \operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$$

$$2. \int \frac{2 \sin x - \cos x}{3 \sin^2 x + 4 \cos^2 x} dx$$

$$3. \int \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x} dx$$

$$4. \int \frac{dx}{5 \cos x + 3} \quad \text{смена: } \operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$$

$$5. \int \frac{\cos x}{1 + \cos x} dx \quad \text{смена: } \operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$$

$$6. \int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$$

$$7. \int \frac{3 \sin x + 2 \cos x}{2 \sin x + 3 \cos x} dx \quad \text{смена: } \operatorname{tg} x = t$$

$$8. \int \frac{\sin x}{(1 - \cos x)^3} dx \quad \text{смена: } \cos x = t$$

$$9. \int \frac{\cos x}{\sin^2 x - 6 \sin x + 5} dx \quad \text{смена: } \sin x = t$$

$$10. \int \frac{dx}{3 \sin x - 2 \cos x}$$