Programski paketi u matematici

Numeričke tehnike u Matlabu

Rešavanje jednačina oblika f(x)=0

x = fzero(funkcija,x0)

- Funkcija čiju nulu tražimo mora biti uneta ili kao string ili kao funkcija koju kreira korisnik ili kao anonimna funkcija.
- x0 je skalar u čijoj blizini tražimo nulu funkcije ili interval u kome se nula nalazi (u ovom slučaju funkcija mora imati suprotan znak na krajevima intervala). Dobar način da izaberemo x0 je da prvo nacrtamo grafik funkcije.

Primer:

- $e^{0.5x} - \sqrt{x} = 3$

```
>> f = @(x)exp(0.5*x)-sqrt(x)-3
>> fplot(f,[0,5])
>> resenje = fzero(f,2)
```

- Pokušati poziv funkcije za x0 = 5,10, 100, [2,5], [1,2]
- Uraditi isti primer sa pozivom funkcije u vidu stringa.

Zadaci:

- Odrediti tri pozitivna korena jednačine
$$x^3 - 8x^2 + 17x + \sqrt{x} = 10.$$
- Odrediti pozitivna rešenja jednačine $x^2 - 5x sin(3x) + 3 = 0.$
- Za vežbu : zadaci iz knjige 9.6.5. i 9.6.6.

Minimum i maksimum funkcije

x = fminbnd(funkcija,x1,x2)

- funkcija se zadaje na isti način kao u naredbi fzero
- x1, x2 predstavljaju granice intervala na kome tražimo minimum
- x je vrednost minimuma funkcije na [x1,x2]
- Maksimum funkcije F tražimo kao minimum funkcije –F
- Pozivom [x,vrmin] = fminbnd(f,x1,x2) dobijamo vrednost x-a u kojoj funkcija ima min kao i vrednost tog minimuma vrmin

Primer

- Odrediti minimum i maksimum funkcije

$$f(x) = \frac{x-2}{((x-2)^2+2)^{1.8}}$$

```
>> f9 = @(x) (x-2)/((x-2)^4+2)^(1.8)
>> fplot(f9,[-10,10])
>> [xmin,f9min] = fminbnd(f9,-10,10)
>> f9minus = @(x) -(x-2)/((x-2)^4+2)^(1.8)
>> xmax= fminbnd(f9minus,-10,10)
```

Zadaci:

- (9.6.10) Od papira je napravljen fišek oblika konusa zapremine 250 cm^3. Odrediti poluprečnik r i visinu h konusa tako da za pravljenje konusa bude upotrebljena minimalna količina papira.
- (9.6.13) Odrediti stranice a i b pravougaonika maksimalne površine koji je upisan u elipsu $\frac{x^2}{19^2}+\frac{y^2}{5^2}=1.$

Numerička integracija

$$\int_a^b f(x)dx$$

q = integral(f , a, b)

U starijim verzijama Matlaba:

q = quad(f , a, b) - Simpsonova metoda

q = quadl(f, a, b) - prilagodljiva Lobatto

q = trapz(x, y) - trapezoidna metoda kada se integrali funkcija data skupom tačaka čije x koordinate su date vektorom x a y koordinate vektorom y

Napomena: funkcija mora biti napisana u vektorskom obliku!

Primeri:

- $\int_{-1}^{1} e^{-x^2} dx,\ \int_0^{\infty} e^{-x^2}\, dx$

```
>> f = @(x) exp(-x.^2)
>> integral(f,-1,1)  ili  quad(f,-1,1)
>> integral(f,0,Inf) ili
integral(@(x) exp(x.^2),0,Inf)
```

- $\int_1^2 \frac{\cos(2x)}{x} dx$

```
>> integral(@(x) cos(2*x)./x,1,2)
```

- Zadatak 5: Brzina trkačkog auta u prvih 0:7 sekundi trke je v = [0 14 39 69 95 114 129 139] milja/sat. Odrediti rastojanje koje je auto prešao za to vreme.
- Za vežbu: 9.6.20, 9.6.22, 9.6.24, 9.6.27

Dvojni integral

q = integral2(fun,xmin,xmax,ymin,ymax)

- fun je funkcija 2 promenljive koju integralimo, obavezno u vektorskom obliku zapisana
- xmin i xmax su granice za x
- ymin i ymax su granice za y, mogu biti brojevi ili funkcije od x, u kom slučaju ih zadajemo preko pokazivača na funkciju

Primeri:

- $\iint(x^2+y^2)dxdy$, po domenu x=1, x=2, y=0, y=1.

```
>> f = @(x,y) x.^2+y.^2
>> integral2(f,1,2,0,1)
```

- $\iint(x^3+y^3)$dxdy, za $D: y = x^4, y = x^2$.
- Granice za y su funkcije od x:

```
>> z1 = @(x,y) x.^3 + y.^3
>> integral2(z1,-1,1,@(x)x.^4,@(x)x.^2)
```

Zadatak 6:

- Izračunati:

$$I = \iint_D \frac{x^2}{1+y^2}\,dxdy, \quad D: x=1, y=2, x=0, y=0.$$

Zadatak 7:

- Izračunati

$$I=\iint_D e^{x+y}(1-2x+3y)\,dxdy,\quad D: y=1-x,\, y\ge 0,\, x\ge 0.$$

Zadatak 8

- Izračunati:

$$I = \iint_D \frac{y}{\sqrt{(x-1)^2 + y^2}} \, dxdy, \quad D: x^2 + y^2 \le 1.$$

Rešavanje (običnih) diferencijalnih jednačina

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

- Odrediti opseg vrednosti za x i inicijalnu vrednost za y
- Kreirati funkciju u editoru ili anonimnu

funkciju

- Izabrati metodu
- Rešiti datu jednačinu

Metode u Matlabu:

- **ode45** - za probleme koji nisu kruti. Jedan korak.
Metod Runge-Kutta. Prvi izbor za vecinu problema
- **ode23** - za probleme koji nisu kruti. Jedan korak.
Često brži , ali manje tačan od ode45
- **ode15s** - za krute probleme. Više koraka.
Koristiti ako ode 45 ne uspe.
- **ode23s** - za krute probleme. Jedan korak.
Može da reši probleme koje ode15s ne može.
- **ode23t** - za umereno krute probleme
- **ode23tb** - za krute probleme. Često efikasniji od ode15s.

[x, y] = ime_funkcije('ime_dat',x_opseg,y0)

- ime_funkcije : jedan od prethodno pobrojanih metoda, najčešće ode45 ili ode23
- 'ime_dat': ime funkcijske datoteke koja izračunava dy/dx za date vrednosti y i x
- x_opseg : vektor koji zadaje opseg gde rešavamo dif.jednačinu
- y0: početna ili inicijalna vrednost za y (početni uslov)
- [x, y] : rezultat komande

Primer:

- $\frac{dy}{dx} = \sqrt{x} + \frac{x^2\sqrt{y}}{4}$, 1<=x<=5, y(1) = 1
- Najpre u editoru napravimo funkciju:

```
function dydx = izvod( x,y )
dydx = sqrt(x)+x^2*sqrt(y)/4
end
```

- [x y] = ode45(@izvod,[1,5],1)
- plot(x,y)
- Probati: [x y] = ode45(@izvod,[1:0.5:5],1)
- Ili izvod1 = @(x,y) sqrt(x)+x^2*sqrt(y)/4
- [x,y] = ode45(izvod1,[1,5],1)

Primer 2:

- 9.6.30 iz knjige

```
zad9630 = @(x,y) sqrt(x*y)-0.5*y*exp(-0.1*x)
[x y] = ode45(zad9630,[0,4],6.5)
plot(x,y)
axis([0,4,5,10])
```

Zadatak

- Najpre naći opšte rešenje diferencijalne jednačine $y' + y = sinx$.

 Nacrtati familiju opštih rešenja za 0<=x<=4*pi, i za početne uslove

y(0)= -10:2:10.

Na kraju, za y(0)=-5, y(0)=0 i y(0)=5 rešiti jednačinu koristeći ode45 naredbu i skicirati ta rešenja pa ih uporediti sa dobijenim grafikom za opšta rešenja.