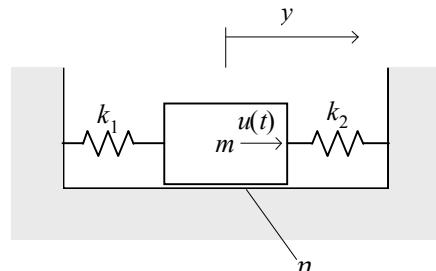


DRUGI KOLOKVIJUM

1. Za mehanički sistem prikazan na slici napisati model u prostoru stanja.

2. a) Ponašanje dinamičkog sistema sa jednim ulazom u i dva izlaza (y_1, y_2) opisano je sledećim sistemom diferencijalnih jednačina:

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 + 2y_1 + \dot{y}_2 &= 2u \\ \ddot{y}_2 + 4y_1 + 3\dot{y}_2 + y_2 &= \dot{u}\end{aligned}$$



Nacrtati simulacioni blok dijagram i napisati model u prostoru stanja.

b) Ispitati kontrolabilnost i opservabilnost sistema čiji je model u prostoru stanja.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 \\ -8 & 0 & 1 \\ -12 & 0 & 0 \end{bmatrix}x(t) + \begin{bmatrix} 9 \\ 3 \\ 8 \end{bmatrix}u(t) \\ y(t) &= [1 \ 0 \ 0]x(t)\end{aligned}$$

Naći funkciju prenosa tog sistema.

3. a) Za sistem čija je funkcija prenosa $W(s) = \frac{s+3}{(s+1)(s+5)^2}$ napisati model u prostoru stanja.

b) Za sistem čiji je model u prostoru stanja

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u(t) \\ y(t) &= [5 \ 0]x(t)\end{aligned}$$

naći fundamentalnu matricu, rešenje jednačine stanja i izlaz iz sistema za početne vrednosti vektora stanja $x = [1 \ 0]^T$ i ulazni signal $u(t) = 1(t)$.

4. Za sistem čija je jednačina stanja oblika $\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u(t)$ naći optimalno upravljanje tako da indeks performanse

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt, \quad Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad R = 1$$

bude minimalan pri svakom početnom stanju. Kalmanovo pojačanje je dato izrazom $K = P^{-1}B^TP$, gde je P simetrična matrica koja treba da zadovolji Rikatijevu matričnu jednačinu $A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0$.

PREDMETNI NASTAVNIK