UNIVERZITET U BEOGRADU
SAOBRAĆAJNI FAKULTET

ELEKTROTEHNIKA

- ŠKOLSKA 2026/2027 -

3. MAGNETIZAM

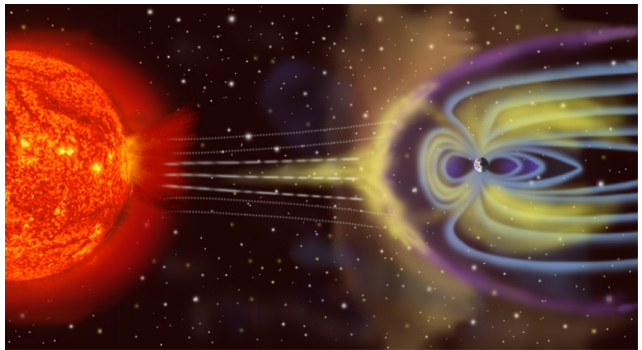
– POLJE , SILA I MOMENT –

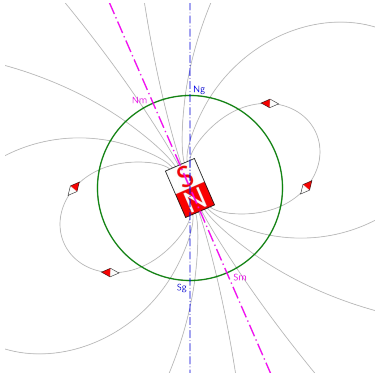
OSNOVNI POJMOVI MAGNETNOG POLJA

- U okolini naelektrisanja koja se organizovano kreću (na primer kada postoji struja u provodnicima) postoji **magnetno (magnetsko) polje**.
- Magnetno polje deluje na naelektrisanja koja se kreću!
- U okolini svakog provodnika sa strujom postoji magnetno polje.
- Na svaki provodnik sa strujom u magnetnom polju deluje magnetna sila.
- Magnetno polje jednosmernih (stalnih, konstantnih) struja je konstantno.
- Kod promenljivih struja menja se i magnetno polje tokom vremena u okolini provodnika.
- Promenljivo magnetno polje dovodi do pojave **elektromagnetne indukcije**.
- Dakle, promenljivo magnetno polje indukuje u provodnicima promenljivu elektromotornu silu.

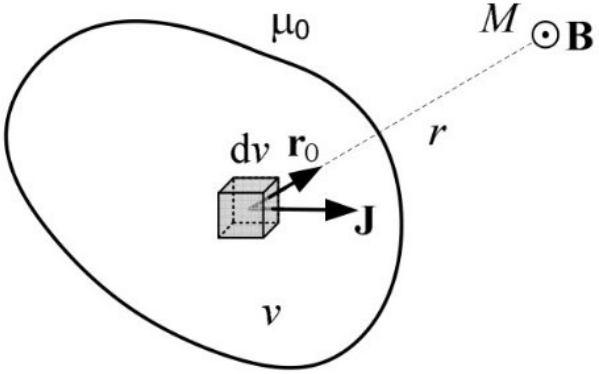
OSNOVNI POJMOVI MAGNETNOG POLJA

- Magnetno polje ima široke primene u tehnici:
  - Dizalice
  - Vozovi na magnetnom jastuku
  - Motori i generatori, transformatori
  - Releji, brave, zvona, zvučnici, senzori, ...
  - Akceleratori čestica, katodne cevi, …
  - Računarski diskovi, magnetne kartice i magnetne trake
- Osnova je (uz električno polje) za analizu elektromagnetnih talasa na kojima počivaju značajne oblasti tehnike: kao što su telekomunikacije, mikrotalasna tehnika, optoelektronika i duge.
- Magnetno polje Zemlje ima značajnu uloga i u navigaciji, zaštiti Zemlje od sunčevog vetra, ...

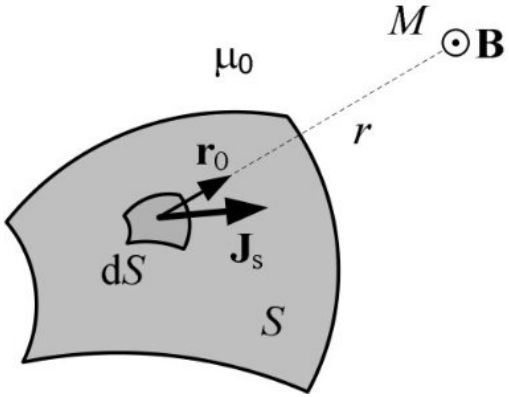




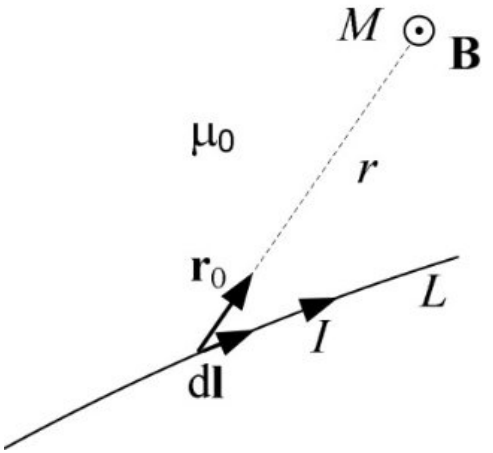
STRUJNI ELEMENTI I BIO-SAVAROV ZAKON



Strujni element zapremnske struje $(\vec{J}d\vec{v})$



Strujni element površinske struje $(\vec{J_S}d\vec{S})$



Strujni element linijske struje $(Id\vec{l})$

- *Napomena: vektori na slikama iznad su označeni fontom "**bold**".*
- Bio-Savarov zakon za <u>linijske struje</u>:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\vec{r_0}}{r^2} \qquad \vec{B} = \int_L d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_L \frac{Id\vec{l}\times\vec{r_0}}{r^2}$$

VEKTORI MAGNETNOG POLJA

- **B** je vektor **magnetne indukcije**. Jedinica je **T (Tesla)**.
- **H** je vektor **jačine magnetnog polja** koji ne zavisi od sredine

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} \quad \left[\frac{A}{m}\right]$$

- U **vakuumu** nema atoma koji bi se "namagnetisali", tako da je

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}, \qquad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ H/m$$

- Ako je **sredina linearna**, tada je (*slično kao i kod dielektriaka u električnom polju*)

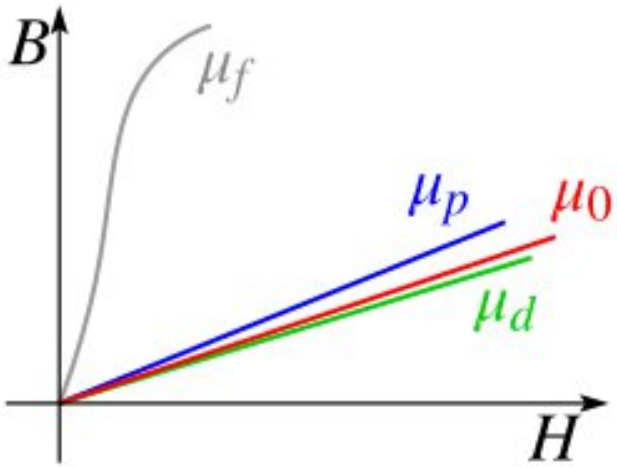
$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$$

- μ_r je broj bez dimenzija! Za vakuum i približno vazduh $\mu_r = 1$.
- $\mu = \mu_0 \mu_r$ je **magnetna permeabilnost** sredine i jedinica je (**H/m**) kao i za μ_0.

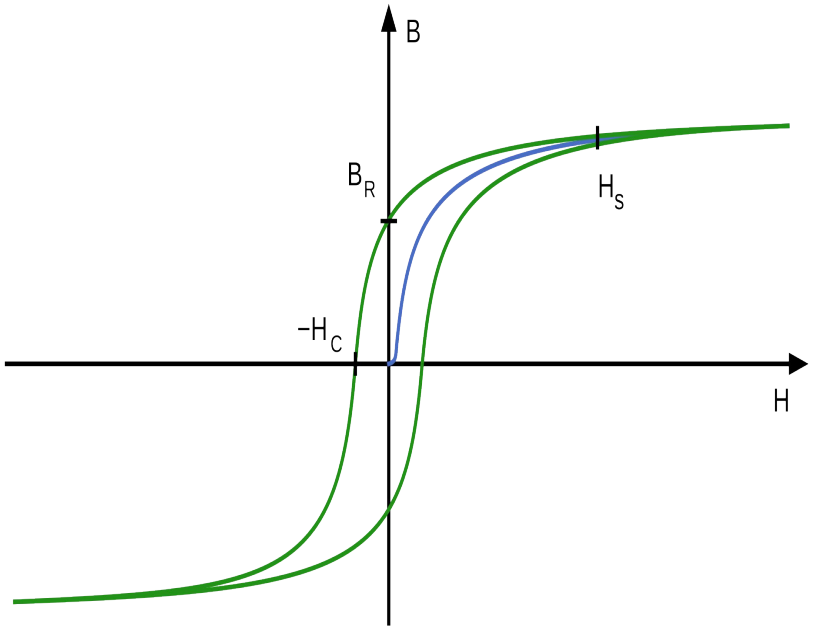
MAGNETNI MATERIJALI

- Magnetni materijali se mogu podeliti u tri kategorije:
  - Dijamagnetici (neznatno umanjuju spoljašnju pobudu $\mu_r < 1$),
  - Paramagnetici (neznatno povećavaju spoljašnju pobudu $\mu_r > 1$),
  - Feromagnetici (značajno povećavaju spoljašnju pobudu $\mu_r \gg 1$). Kod feromagnetnih materijala zavisnost vektora ***B*** i ***H*** **nije linearna** (videti sliku ispod).
- Feromagnetici su od posebnog značaja jer se mogu koristiti za realizaciju veoma snažnih elektromagneta.
- Najvažniji feromagnetni materijali su **gvožđe**, **kobalt** i **nikal**.



MAGNETNI MATERIJALI

- Grafik magnetne indukcije *B* pri porastu i opadanju jačine polja *H* nije isti. Ova pojava naziva se **magnetni histerezis**.
- Pri potpunom ukidanju spoljašnjeg polja (*H*=0) ostaje izvesna magnetizacija, odnosno magnetna indukcija *B* nije nula, pa se materijal namagnetisao. Ova vrednost se naziva **remanentna (zaostala, preostala) magnetna indukcija**.
- A ako su histerezis i remanentna indukcija veliki, od tih materijala se mogu praviti **stalni magneti**.



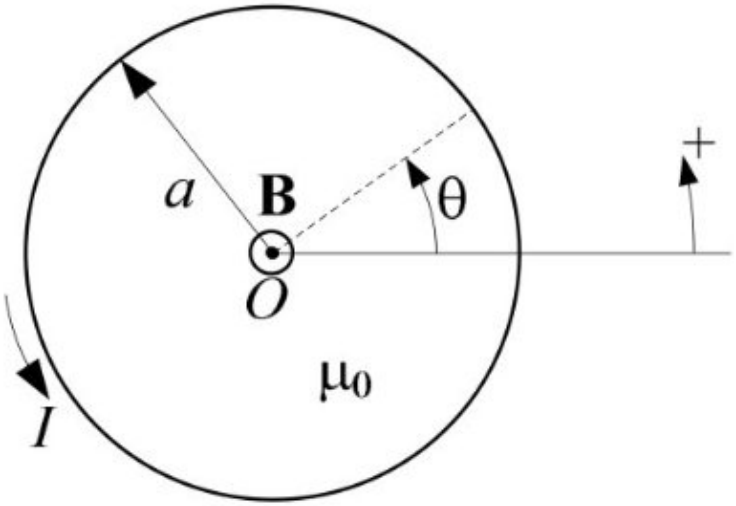
MAGNETNA INDUKCIJA KRUŽNE KONTURE

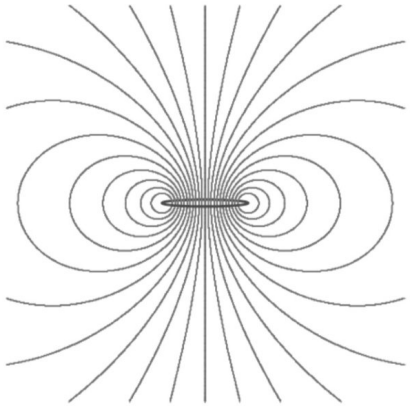
- Magnetna indukcija kružne konture poluprečnika a sa strujom I u centru konture O je

$$B_0 = B_z(z = 0) = \frac{\mu_0 I}{2a}$$

- Pravac vektora $\boldsymbol{B_0}$ je upravan na konturu, a smer je određen pravilom desne zavojnice.
- U centru konture može se odrediti i magnetna indukcija od dela kružnog provodnika, tj. kružnog luka sa strujom $\boldsymbol{I}$ koji je određen uglom θ

$$B_0(\theta) = \frac{\mu_0 I}{2a} \cdot \frac{\theta}{2\pi}$$



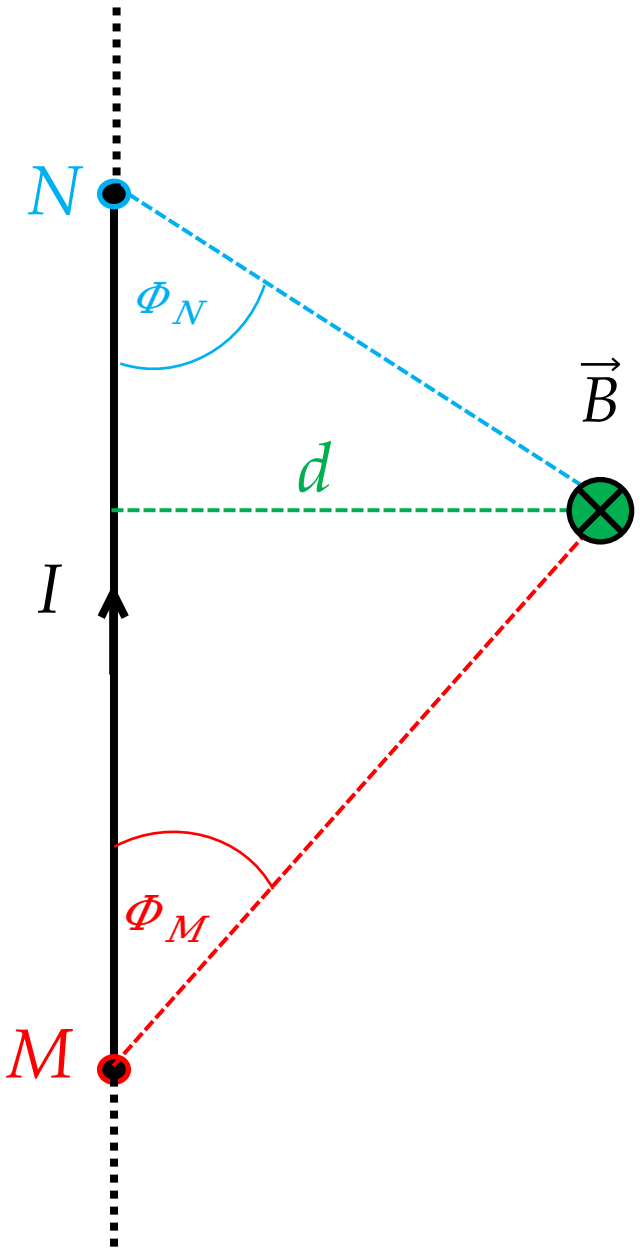


Linije magnetnog polja

MAG. IND. PRAVOLINIJSKOG PROVODNIKA

- Polazeći od Bio-Savarovog zakona, sumiranjem tj. integracijom po svim strujnim elementima od M do N se dobija

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}(\cos(\Phi_M) + \cos(\Phi_N))$$



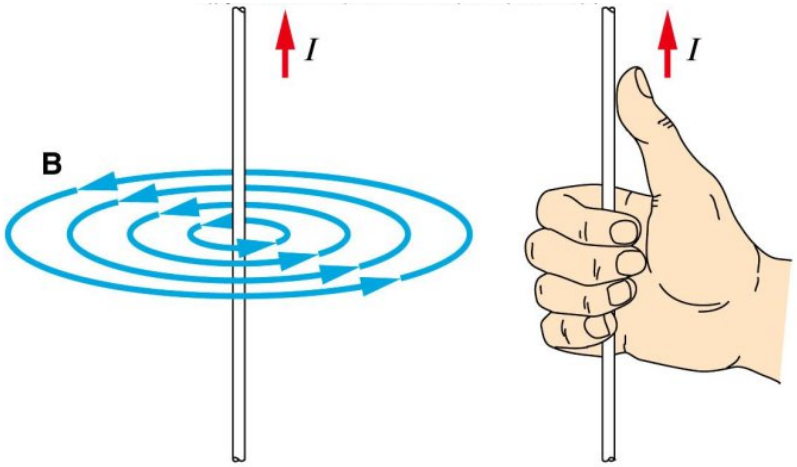
MAG. IND. PRAVOLINIJSKOG PROVODNIKA

- Za **beskonačni pravolinijski provodnik** $\Phi_M = \Phi_N = 0$, pa je i $\cos(\Phi_M) = \cos(\Phi_N) = 1$, odnosno intenzitet vektora magnetne magnetne indukcije je

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}(\cos(0) + \cos(0))$$

- Odnosno

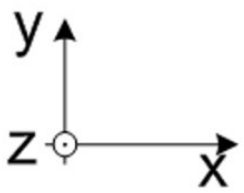
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$



MAG. SILA PRAVOLINIJSKIH PROVODNIKA

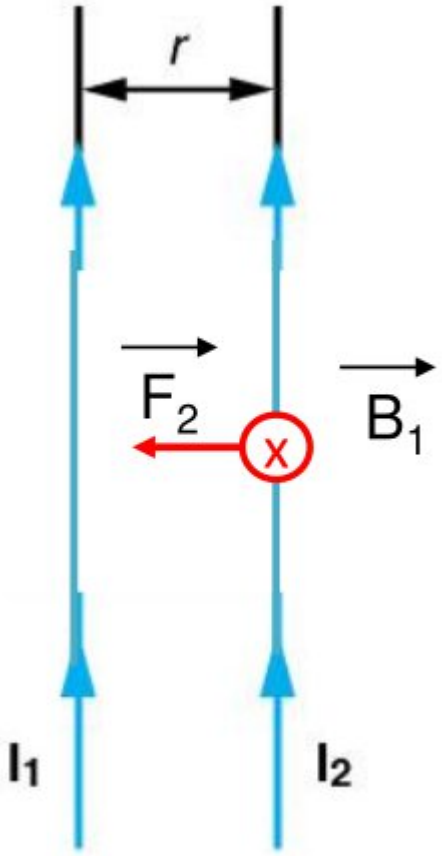
- Za pravolinijski provodnik dužine ***l*** sa strujom ***I*** u homogenom magnetnom polju čiji je vektor magnetne indukcije ***B***, magnetna sila koja deluje na provodnik je

$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$$



- Vektor ***l*** ima pravac provodnika i smer struje u njemu.
- Pravolinijski provodnik sa strujom I_1 deluje na provodnik sa strujom I_2 **podužnom magnetnom silom** (silom po jediničnoj dužini, jedinica N/m)

$$\overrightarrow{F_2'} = I_2 \overrightarrow{l_{20}} \times \overrightarrow{B_1}$$



- Gde je vektor l_{20} ort (jedinični vektor) koji ima pravac provodnika sa strujom I_2 i smer te struje.

MAG. SILA PRAVOLINIJSKIH PROVODNIKA

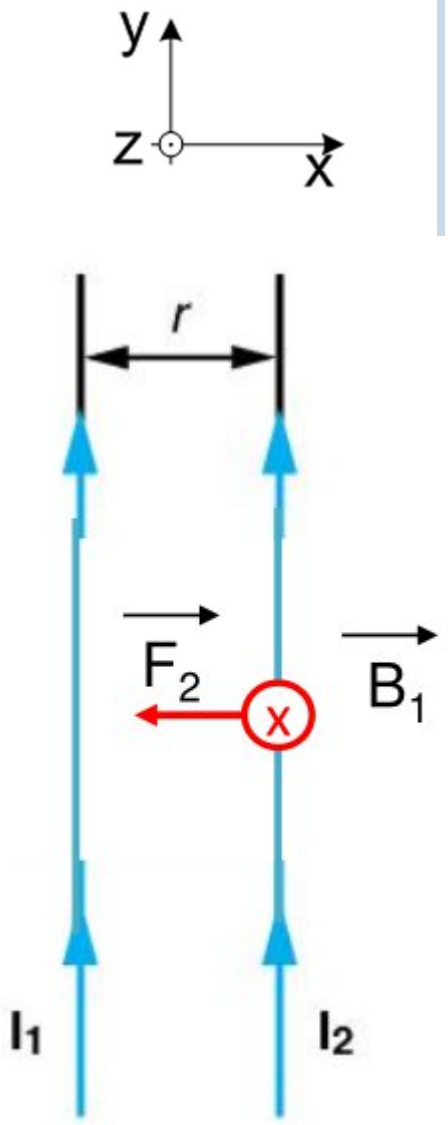
$$\overrightarrow{F_2'} = I_2 \overrightarrow{l_{20}} \times \overrightarrow{B_1}, \quad \overrightarrow{l_{20}} = \overrightarrow{(j)}$$

- $\boldsymbol{B_1}$ je vektor magnetne indukcije provodnika sa strujom $\boldsymbol{I_1}$ na mestu gde se nalazi provodnik sa strujom $\boldsymbol{I_2}$ (na rastojanju $\boldsymbol{r}$)

$$\overrightarrow{B_1} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}\left(-\vec{k}\right)$$

- Pa je podužna sila dva "beskonačna" provodnika u vazduhu

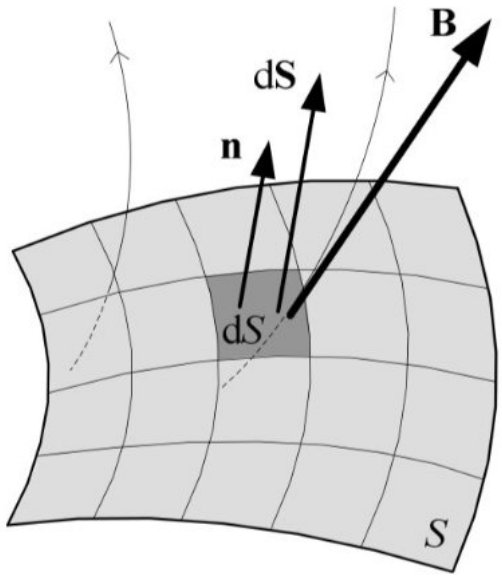
$$\overrightarrow{F_2'} = I_2 \vec{j} \times \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}\left(-\vec{k}\right) = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}\left(-\vec{i}\right)\left[\frac{N}{m}\right]$$



FLUKS U MAGNETNOM POLJU

- **Magnetni fluks** se definiše kao fluks vektora magnetne indukcije kroz proizvoljnu površ ***S***

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}$$



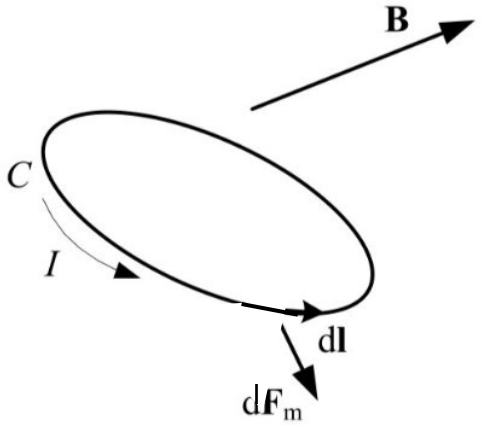
- Jedinica za magnetni fluks je **Veber (Wb)**.

- **Kroz zatvorenu površ, magnetni fluks je jednak nuli !**

$$\Phi = \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

MOMENT MAG. SILA NA KRUTU KONTURU

- Posmatramo **krutu strujnu konturu** C u **homogenom magnetnom polju** indukcije ***B***.
- Magnetna sila koja deluje na jedan strujni element konture je



$$d\overrightarrow{F_m} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

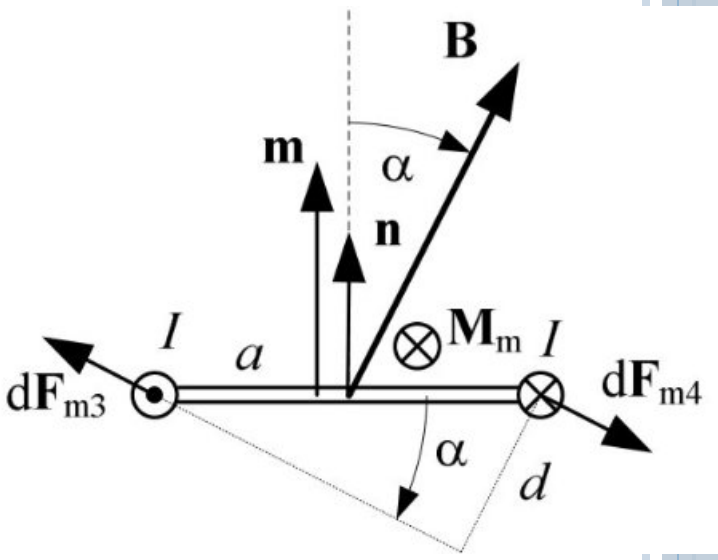
- Rezultujuća sila na konturu jednaka nuli

$$\overrightarrow{F_m} = \int_C d\overrightarrow{F_m} = \int_C Id\vec{l} \times \vec{B} = I\left(\int_C d\vec{l}\right) \times \vec{B} = \vec{0}$$

MOMENT MAG. SILA NA KRUTU KONTURU

- Postoji speg magnetnih sila koje daju obrtni moment na konturu.
- Moment sila u odnosu koje teže da zarotiraju konturu može se odrediti kao

$$\overrightarrow{M_m} = \vec{m} \times \vec{B}$$



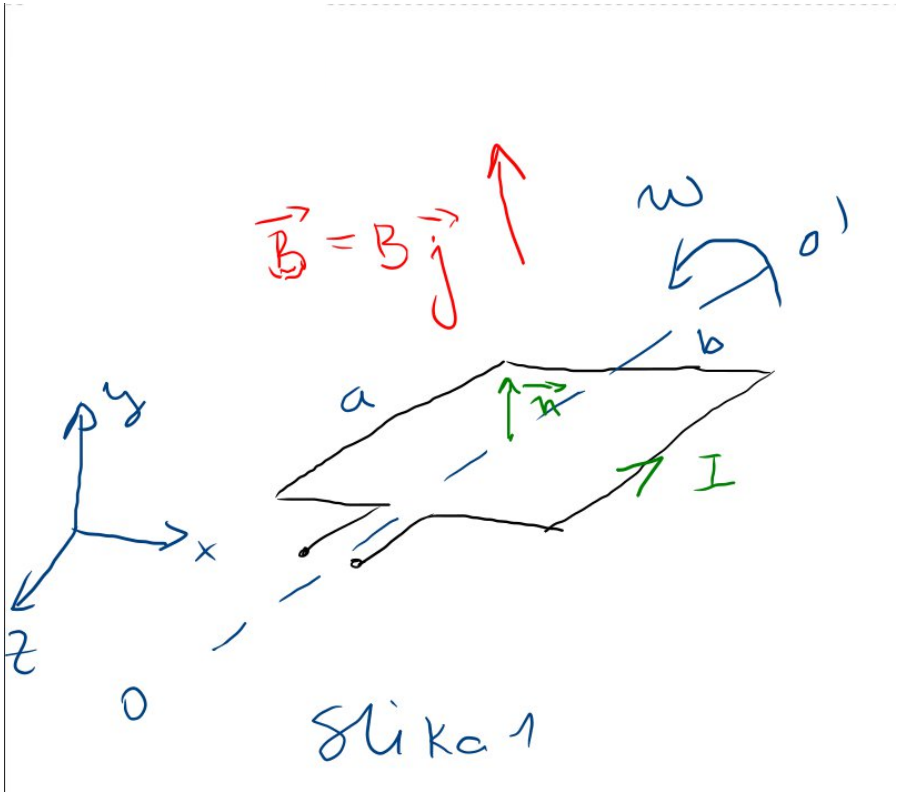
- Gde je vektor ***m*** magnetni momenat konture, definisan kao

$$\vec{m} = I\vec{S} = IS\vec{n}$$

- ***S*** je vektor površi oslonjene na konturu, kome odgovara normala na površ ***n***, čiji je smer određen strujom po desnoj zavojnici.
- Moment teži da okrene konturu tako da ***m*** i ***B*** budu kolinearni.

PRIMERI

- **Primer 1**. Odrediti magnetni fluks i moment magnetskih sila na pravougaonu konturu stranica *a* i *b* u homogenom magnetnom polju indukcije ***B*** (videti sliku). Pri tome vektor magnetne indukcije i ravan konture zahvataju proizvoljan ugao θ. Posebno prodiskutovati slučajeve kada je ugao jednak 0, $\pi/2$, π, $3\pi/2$.



Slika 1